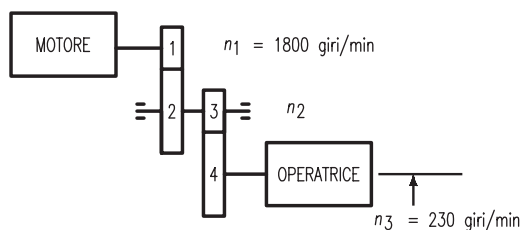


Esame 1997

Un motore Diesel a quattro tempi che eroga la potenza di 40 kW alla velocità di rotazione di 1800 giri/min aziona una macchina operatrice, rotante a 230 giri/min, tramite due coppie di ruote dentate cilindriche. Il candidato, dopo aver eseguito un opportuno schema dell'impianto proposto ed avere adeguatamente assunto ogni altro dato occorrente, determini:

- le caratteristiche costruttive delle due coppie di ruote dentate;
- il diametro dell'albero di rinvio (trascurando il peso delle masse rotanti);
- il numero e le dimensioni dei cilindri del motore Diesel;
- il presumibile consumo di combustibile per un periodo di funzionamento pari a 24 ore.



Soluzione

a - Rapporti parziali di trasmissione del rotismo

Dati:

$$n_1 = 1800 \text{ giri/min}$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} = 188 \text{ rad/s}$$

$$n_3 = 230 \text{ giri/min}$$

$$\omega_3 = \frac{2\pi n_3}{60} = 24 \text{ rad/s}$$

il rapporto di trasmissione totale è:

$$i = \frac{n_1}{n_3} = \frac{1800}{230} = 7,8$$

Stabilito di fare uguali i due rapporti parziali, risulta:

$$i_1 = i_2 = 2,8$$

$$i = i_1 \cdot i_2 = 2,8 \cdot 2,8 = 7,8$$

Il numero di giri dell'albero di rinvio è pertanto:

$$n_2 = \frac{n_1}{i_1} = 643 \text{ giri/min}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi n_2}{60} = 67 \text{ rad/s}$$

b - Predimensionamento albero pignone (1)

Il predimensionamento si effettua per verificare che siano compatibili tra loro il diametro dell'albero (d_A) e il diametro primitivo del pignone (d_1), che risulterà dal calcolo.

La verifica sarà soddisfatta se risulterà: $d_1 \geq 2 \cdot d_A$. Poiché il materiale dell'albero non è un dato del problema, supporremo che sia un buon acciaio da costruzione, per il quale si possa adottare cautelativamente una tensione ammissibile $\tau_{adm} = 50 \text{ N/mm}^2$. Il momento torcente è:

$$M_{t1} = \frac{P}{\omega_1} = \frac{40 \cdot 1000}{188} = 212,76 \approx 213 \text{ Nm} = 213000 \text{ Nmm}$$

Il diametro dell'albero si calcola con la formula:

$$d_A = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{t1}}{\pi \cdot \tau_{adm}}} + t_1$$

nella quale il termine sotto radice vale:

$$\sqrt[3]{\frac{16 \cdot 213000}{\pi \cdot 50}} = 27,9 \approx 28 \text{ mm}$$

Dal *Manuale di Meccanica* si ricava il valore della profondità della cava della linguetta:

$$t_1 = 4 \text{ mm}$$

per cui risulta:

$$d_A = 28 + 4 = 32 \text{ mm}$$

c - Dimensionamento del primo ingranaggio

Per il pignone (1) e la ruota (2), costituenti il primo ingranaggio del rotismo, si adotta un acciaio al car-

bonio temprato a induzione. Si può assumere:

$$\sigma_{adm} = 150 \text{ N/mm}^2$$

Per i numeri di denti si adotta:

$$z_1 = 25$$

$$z_2 = 25 \cdot 2,8 = 70$$

Con il metodo del *Manuale di Meccanica* il calcolo del modulo si esegue prima in base alla resistenza all'usura (RH), assumendo per la pressione ammissibile il valore $p_{adm} = 1000 \text{ N/mm}^2$, e dopo si effettua la verifica del dente a flessione (RF).

Verifica all'usura (RH)

$$m = C \sqrt[3]{\frac{M_{t1}}{p_{adm}^2 \cdot \lambda}}$$

Dalle tabelle del *Manuale di Meccanica* si ricava:

$$C = 10 \text{ (per } z_1 = 25 \text{ e } \frac{z_2}{z_1} = 2,8)$$

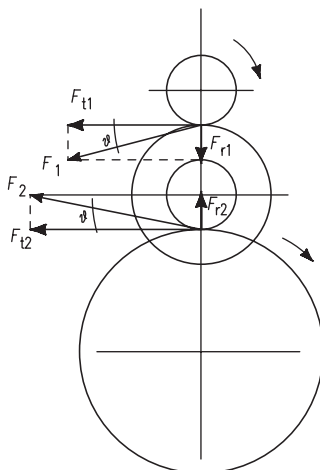
$$\lambda = 15$$

Sostituendo i valori noti nella formula del modulo si ha:

$$m = 10 \sqrt[3]{\frac{213\,000}{1000^2 \cdot 15}} = 2,15 \text{ mm}$$

Verifica a flessione (RF)

$$m = G \sqrt[3]{\frac{M_{t1}}{f_v \cdot \sigma_{adm} \cdot \lambda}}$$



Dalle tabelle si ricava:

$$G = 0,54 \text{ (per } z_1 = 25)$$

$$f_v = 0,85 - 0,02 \cdot 7 = 0,71 \text{ (assunta } v = 7 \text{ m/s)}$$

Sostituendo nella formula del modulo risulta:

$$m = 0,54 \sqrt[3]{\frac{213\,000}{0,71 \cdot 150 \cdot 15}} = 2,76 \text{ mm}$$

Si adotta il modulo unificato: $m = 3 \text{ mm}$

Caratteristiche costruttive del primo ingranaggio:

$$z_1 = 25$$

$$d_1 = 3 \cdot 25 = 75 \text{ mm} \quad \left(\frac{d_1}{d_A} = \frac{75}{32} = 2,34 > 2 \right)$$

$$z_2 = 70$$

$$d_2 = 210 \text{ mm}$$

$$b = 15 \text{ m} = 45 \text{ mm}$$

$$v_1 = \omega_1 \cdot \frac{d_1}{2} = 188 \cdot \frac{0,075}{2} = 7 \text{ m/s} < 10 \text{ m/s}$$

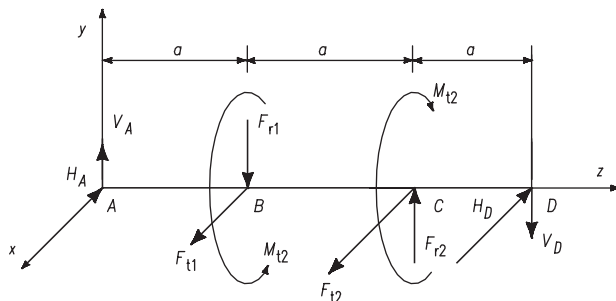
d - Dimensionamento del secondo ingranaggio

Per il pignone (3) e la ruota (4) si adotta lo stesso acciaio del primo ingranaggio. Sarà:

$$M_{t2} = 2,8 \cdot M_{t1} = 597 \text{ Nm} = 597\,000 \text{ Nmm}$$

Verifica all'usura (RH)

$$m = C \sqrt[3]{\frac{M_{t2}}{p_{adm}^2 \cdot \lambda}} = 10 \sqrt[3]{\frac{597\,000}{1000^2 \cdot 15}} = 3,41 \text{ mm}$$



Verifica a flessione (RF)

$$m = G \sqrt[3]{\frac{M_{t2}}{f_v \cdot \sigma_{adm} \cdot \lambda}} = 0,54 \sqrt[3]{\frac{597\,000}{0,71 \cdot 150 \cdot 15}} = 3,89 \text{ mm}$$

si adotta il modulo unificato: $m = 4 \text{ mm}$

Caratteristiche costruttive del secondo ingranaggio:

$$\begin{aligned} z_3 &= 25 \\ d_3 &= 4 \cdot 25 = 100 \text{ mm} \\ z_4 &= 70 \\ d_4 &= 280 \text{ mm} \\ b &= 4 \cdot 15 = 60 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$v_4 = \omega_3 \cdot \frac{d_4}{2} = 24 \cdot \frac{0,280}{2} = 3,36 \text{ m/s} < 10 \text{ m/s}$$

e - Calcolo del diametro albero rinvio

Si fissano i dati mancanti:

lunghezze: $\ell = 300 \text{ mm}$; $a = 100 \text{ mm}$
materiale: C 40 UNI 7845; $R = 640 \text{ N/mm}^2$

$$\begin{aligned} \text{tensione ammissibile: } \sigma_{adm} &= \frac{R}{n_R} = \frac{640}{8} = \\ &= 80 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

Sollecitazioni sull'albero

$$F_{t1} = \frac{M_{t1}}{\frac{d_1}{2}} = \frac{213\,000}{\frac{75}{2}} = 5\,680 \text{ N}$$

$$F_{r1} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \theta = 5\,680 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 2\,067 \text{ N}$$

$$F_{t2} = \frac{M_{t2}}{\frac{d_3}{2}} = \frac{597\,000}{\frac{100}{2}} = 11\,940 \text{ N}$$

$$F_{r2} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \theta = 11\,940 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 4\,346 \text{ N}$$

Reazioni e momenti flettenti nel piano xz

$$\Sigma M_{yD} : H_A \cdot 300 = 5\,680 \cdot 200 + 11\,940 \cdot 100$$

$$H_A = 7767 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x : H_D = F_{t1} + F_{t2} - H_A = 9\,853 \text{ N}$$

$$M_{fyB} = H_A \cdot a = 7\,767 \cdot 100 = 776\,700 \text{ Nmm}$$

$$M_{fyC} = H_D \cdot a = 9\,853 \cdot 100 = 985\,300 \text{ Nmm}$$

Reazioni e momenti flettenti nel piano yz

$$\Sigma M_{xD} : V_A \cdot 300 = F_{r1} \cdot 200 - F_{r2} \cdot 100$$

$$V_A = 71 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y : V_D = V_A - F_{r1} + F_{r2} = 2\,350 \text{ N}$$

$$M_{fxB} = V_A \cdot a = 71 \cdot 100 = 7\,100 \text{ Nmm}$$

$$M_{fxC} = V_D \cdot a = 2350 \cdot 100 = 235\,000 \text{ Nmm}$$

La sezione più pericolosa risulta la sezione C, sollecitata a flessotorsione dai momenti:

$$M_{t2} = 597\,000 \text{ Nmm}$$

$$M_{fmax} = \sqrt{M_{fyC}^2 + M_{fxC}^2} = 1\,012\,937 \text{ Nmm}$$

Il momento flettente ideale vale:

$$M_{fidC} = \sqrt{M_{fmax}^2 + 0,75 \cdot M_{t2}^2} = 1\,137\,254 \text{ Nmm}$$

Risulta pertanto:

$$W = \frac{M_{fidC}}{\sigma_{adm}} = \frac{1\,137\,254}{80} = 14\,216 \text{ mm}^3$$

$$d_A = \sqrt[3]{\frac{32W}{\pi}} + t_1 = 52 + 6 = 58 \text{ mm}$$

valore somma del diametro di base e della profondità della sede della linguetta. Un ulteriore aumento del diametro di base potrà essere necessario per creare spallamenti alle ruote dentate.

f - Numero e dimensioni dei cilindri

La potenza di un motore endotermico è data da:

$$N = \frac{p_{me} \cdot V \cdot n}{60 \cdot h} \quad (\text{kW})$$

Nel caso in esame sono dati:

- numero di giri $n = 1\,800 \text{ giri/min}$
- potenza $N = 40 \text{ kW}$

Dal *Manuale di Meccanica*, per un motore Diesel a quattro tempi si rileva:

$$p_{me} \approx 0,80 \text{ Mpa}$$

$$h = 2$$

Dalla espressione di N si ricava la cilindrata totale V . Con i valori numerici risulta:

$$V = \frac{60 \cdot h \cdot N}{\rho_{me} \cdot n} = \frac{60 \cdot 2 \cdot 40}{0,80 \cdot 1\,800} \approx 3 \text{ dm}^3$$

La cilindrata totale si ripartisce in quattro cilindri, ciascuno dei quali ha una cilindrata:

$$V_4 = \frac{V}{4} = \frac{3}{4} = 0,75 \text{ dm}^3$$

Si assume $\frac{C}{D} = 1,3$. Essendo:

$$V_4 = \frac{\pi D^2}{4} \cdot C = \frac{\pi D^3}{4} \cdot 1,3 = 0,75 \text{ dm}^3$$

si ottiene:

$$\text{alesaggio: } D = \sqrt[3]{\frac{0,75 \cdot 4}{\pi \cdot 1,3}} = 0,90 \text{ dm} = 90 \text{ mm}$$

$$\text{corsa: } C = 1,3 \cdot D = 1,3 \cdot 90 = 117 \text{ mm}$$

g - Consumo di combustibile per funzionamento di 24 ore

Il rendimento di un motore è dato da:

$$\eta = \frac{P \cdot 3\,600}{C_h \cdot H_i}$$

essendo:

$P = 40 \text{ kW}$ = potenza effettiva

C_h = consumo orario di gasolio (kg/h)

$H_i = 42\,400 \text{ kJ/kg}$ = potere calorifico inferiore del gasolio con $\rho = 0,84 \text{ kg/dm}^3$

$\eta = 0,34$ (da tabella del *Manuale di Meccanica*).

Dall'espressione di η si ricava il consumo orario:

$$C_h = \frac{P \cdot 3\,600}{\eta \cdot H_i} = \frac{40 \cdot 3\,600}{0,34 \cdot 42\,400} \approx 10 \text{ kg/h}$$

Il consumo presumibile per un funzionamento di 24 ore sarà pertanto:

$$C_h \cdot 24 = 10 \cdot 24 = 240 \text{ kg}$$